**Archiv von Heisenbergs Briefen**

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 02.02.1937
Stichworte: Neue Formulierung der Quantentheorie der Wellen nur mit beobachtbaren Grössen
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-113r
Meyenn-Nummer: 468

2. 2. 37.





Lieber Pauli!

Sehr vielen Dank für Deinen Brief. Ich muss Dir zugeben, dass die Frage der Höhenstrahlung noch sehr kompliziert ist. Auch Heitler glaubt, dass die Bethe-Heitlerformel für sehr energiereiche Elektronen nicht mehr gilt. Ich selbst kenne leider die Experimente bisher zu wenig, um eine bestimmte Meinung vertreten zu können. Auf jeden Fall ist es sehr wichtig, dass in grosser Tiefe Koinzidenzversuche (durch grössere Bleischichten) gemacht werden. Ich habe darüber an Barnothy geschrieben und glaube, dass er die Messungen machen wird. Dann wird man ja weiter sehen. Wenn meine Vermutung über die Schauer ($\sim 10^{-27}\,cm^2$) richtig ist, würde die Strahlung in grosser Tiefe ja *unabhängig* von Bethe-H. aus Neutrinos bestehen sollen. Aber Du hast auch damit Recht, dass die direkte Extrapolation der Regenerkurve ein gewagtes Unternehmen ist. Also warten wir ab, was weiter gemessen wird.

2. 2. 37.



Inzwischen wollte ich Dir dann eine neue Formulierung der Quantentheorie der Wellen schreiben, die ich ~~[illegible]~~ wesentlich ernster nehme, als das Abschneideverfahren von neulich. Ich will zunächst wieder die übliche Theorie umformen, bis sie eine Gestalt annimmt, in der sie wie ich glaube erweitert und verändert werden kann.

Die Formel $\psi(t) = \prod_{\Omega} e^{\frac{i}{\hbar} H_{(1)} d\omega} \cdot \psi(t_0)$ lässt sich zunächst, wenn man $d\omega$ in $d\tau\, dt$ zerlegt, so schreiben:

$$(1) \quad \psi(t) = \Big(1 + i\int d\tau \int_{t_0}^{t} dt_1 H_{(1)} + \Big(i\int d\tau \int_{t_0}^{t} dt_1 H_{(1)}\Big)\Big(i\int d\tau \int_{t_0}^{t_1} dt_2 H_{(1)}\Big) + i\int d\tau \int_{t_0}^{t} dt_1 H_{(1)} \cdot i\int_{t_0}^{t_1} dt_2 \int d\tau H_{(1)} \; i\int_{t_0}^{t_2} dt_3 \int d\tau H_{(1)} + \dots\Big)\psi(t_0)$$

Jeder Summand ~~ist~~ verhält sich, wie man leicht einsieht, relativistisch ~~invariant~~ richtig. Man könnte die Integrationen auch in der Form $\int_{\Omega_1} d\omega_1 \int_{\Omega_2} d\omega_2 \int_{\Omega_3} d\omega_3 \dots$ u.s.w. schreiben, wobei das Zeichen > in

$(\Omega_1 > \Omega_2 > \Omega_3 > \dots)$

$\Omega_1 > \Omega_2$ u.s.w. bedeutet, dass die Punkte in $\Omega_1$ zeitlich nach denen von $\Omega_2$ liegen sollen.

Ich nehme nun der Einfachheit halber an, dass die Wechselwirkungsenergie $H_1$ nur einen „elementaren" Übergang (und dessen Umkehrung) vermitteln soll. (z.B. Entstehung eines Paares unter gleichzeitiger Impulsänderung

1) „Elementarer" Übergang u. „nicht elementarer Übergang"

2) $E_0 = E_e$ verlangt hier Beobachtbarkeit?

3) $\sum_k$ etc. = (4) ist sinnvoll hier?

eines schon vorhandenen Teilchens.) Wenn die zu diesem Elementarprozess gehörige Impuls und Energieänderung $G$ und $E$ ist, enthält also das betreffende Element in $H_1$ den Zeit- u. Raumfaktor $e^{i(Gr-Et)}$, das zum Umkehrprozess gehörige Element den Faktor $e^{-i(Gr-Et)}$. Eine andere Abhängigkeit von $r$ und $t$ ist nicht vorhanden. (Gl (1) ist übrigens eine ziemlich triviale Umformung der Diracschen Störungstheorie.)

Wenn man nun aus (1) den Wirkungsquerschnitt berechnen will, der zum Übergang aus dem durch $\psi(t_0)$ charakterisierten Zustand zu einem neuen Zustand gehört, so muss man in üblicher Weise die $\psi$-Funktion $\psi(t)$ nach den verschiedenen Zuständen analysieren und die Komponente von $\psi(t)$ studieren, die zu dem neuen gewünschten Zustand gehört. Mit anderen Worten: es kommt auf das Matrixelement des Operators $T e^{iH_1 d\tau}$ an, der zum Übergang vom Anfangszustand (a) zum Endzustand (e) gehört. Dieses Matrixelement, so behaupte ich nun, lässt sich nach (1) ganz allgemein einfach in der Form $\int d\tau \cdot \int_{t_0}^{t} dt\, O_{ae} \cdot e^{i[(G_a-G_e)r-(E_a-E_e)t]}$ darstellen, wobei $O_{ae}$ von $r$ und $t$ unabhängig ist und sich relativistisch wie die Matrixelemente von $H_{(1)}$ verhält. Für die Raumintegration ist dies selbstverständlich, weil der Impulssatz für jeden einzelnen Schritt gilt, also auch im Ganzen. Bei der Zeitintegration ist die Behauptung nicht ohne weiteres richtig. Wenn man z.B. einen Prozess $a \to e$ betrachtet, zu dessen Verwirklichung mindestens drei (Elementar-)Schritte erforderlich sind (z.B. Entstehung von drei Paaren im obigen Beispiel), so treten in den Integralen der Klammer von (1) auch stets andere zeitliche Abhängigkeiten als $e^{-i(E_a-E_e)t}$ auf. Man kann aber einsehen, dass alle diese anderen Beiträge auf das Konto der „Schüttelwirkung" gesetzt werden können (sie hängen von $t_0$ ab) und bei geeigneten Annahmen (z.B. adiabatisches Einschalten der Wechselwirkung oder: grosse Wellenpakete, die z.B. $t_0$ noch nicht überlappen etc.) beliebig klein gemacht werden können. Für das Matrixelement erhält man daher folgende Darstellung

$$(2)\qquad \int dt \int_{t_0}^{t} dx\, P_{ae}\, e^{i[(g_a-g_e)x-(E_a-E_e)t]} = \sum \Big(i\int dt\int_{t_0}^{t} dt_1 H^{ak}_{(1)}\Big)\Big(i\int dt\int_{t_0}^{t_1} dt_2 H^{kl}_{(1)}\Big)\cdots\Big(i\int dt\int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n H^{re}_{(1)}\Big)\ (+\ \text{Schüttelglieder}),$$

wobei die Summe über sämtliche (auch beliebig komplizierte) Wege zu erstrecken ist, die durch Elementarprozesse vom Anfangs- zum Endzustand führen. (Diese Summe wird bei den bisherigen Wellengleichungen stets divergieren, nur bei unrelativistischen konvergieren; doch das soll uns einstweilen nicht kümmern.)

Die Grössen $P_{ae}$ sind direkt physikalisch beobachtbar, denn ihre Quadrate bestimmen die W. Qu. des betreffenden Prozesses.

Insbesondere wird es ein Matrixelement $O_{ae}$ für den durch den Elementarakt gegebenen Übergangsprozess geben. Für den Elementarprozess will ich definieren

$$(3) \qquad O^{El}_{ae} \cdot e^{i[(g_a-g_e)r-(E_a-E_e)t]} = \cancel{H^{0}_{ae}}\; iH_0^{ae} \, .$$

(Es gilt dann in „1." Näherung $H_0^{ae}=H_{(1)}^{ae}$, in ~~höheren~~ „2." Näherung

$$H_0^{ae} = H_{(1)}^{ae} - \sum_l \frac{H_{(1)}^{al}\,H_{(1)}^{le}}{E_a-E_l} \quad \text{u.s.w.}$$ ).

Die $H_0^{ae}$ sind also ebenfalls direkt physikalisch beobachtbar.

Nun behaupte ich: Aus (2) und (3) folgt für beliebige Prozesse a→e:

$$(4) \qquad \int d\tau \int_{t_0}^{t} dt\, O_{ae}\, e^{i[(g_a-g_e)r-(E_a-E_e)t]} = \sum{}' \left(i\int d\tau \int_{t_0}^{t} dt_1 H_0^{ak}\right)\left(i\int d\tau\int_{t_0}^{t_1} dt_2 H_0^{kl}\right) \cdots \left(i\int d\tau \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n H_0^{re}\right),$$

wobei die Summe $\Sigma'$ hier nur über die (endlich vielen) Wege zu erstrecken ist, die in der geringsten Anzahl von Elementarschritten vom Anfangs- zum Endzustand führen. Der Beweis ergibt sich daraus, daß beim Einsetzen von (3) in (4) die Summe $\Sigma'$ sich von selbst erweitert in die Summe $\Sigma$ über alle möglichen Wege. (An dieser Stelle würde der Sachverhalt komplizierter, wenn $H_{(1)}$ zu mehreren verschiedenen Elementarprozessen Anlass gäbe; daher die Annahme nur eines solchen Prozesses).

Nun kommt die entscheidende Abänderung der bisherigen

Theorie: die Gl. (4) enthält nur noch Beziehungen zwischen beobachtbaren Grössen (Du hörst hier die alte Leier); daher möchte ich Gl (4) auch dort beibehalten, wo die Gleichungen (1) bis (3) versagen, weil sie zu Divergenzen führen. Ich möchte also die zukünftige Theorie durch $H_0^{ae}$ charakterisieren, statt durch die Hamiltonfunktion, und möchte (4) als streng gültig ansehen. Das so entstehende mathematische Schema ist, wie man sofort sieht, stets relativistisch invariant und konvergent (weil gar keine unendlichen Summen vorkommen), ausserdem viel einfacher als die bisherige Theorie. Allerdings weiss ich noch nicht, wie ich in dieser Theorie Energie- und Impulsintegral ansehen, denn es gibt keine Hamiltonfunktion. Sicher scheint mir, dass die so geplante Theorie so nahe an die ‚halbklassischen' Theorie liegt, als dies überhaupt möglich ist, jedenfalls näher als die Wellenquantelung bisheriger Art (vgl. unsere Korrespondenz vor Weihnachten).

Ich bin sehr gespannt darauf, was Du zu diesem Vorschlag ~~[illegible]~~ meinst; ich habe auch seiner physikalischen Bedeutung nach viel mehr Interesse zu ihm als zu dem ungeschickten ‚Abschneide'versuch von neulich. – In der Höhenstrahlung will ich noch Literatur studieren u. Dir dann schreiben.

Viele herzliche Grüsse Dein W. Heisenberg.