

Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg

an: Pauli

Datum: 20.02.1954

Stichworte: Antwort auf die Kritik von Källen, Dyson und Pauli an der Arbeit über nichtrenormierbare Wellengleichungen (Z.Naturf. 9A (1954) 292)

Ursprung: Pauli Archiv in Genf

Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-137r

Meyenn-Nummer: 1723

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg und des Pauli-Archivs in Genf.

Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016

Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

Göttingen 20. 2. 54.
Heidelberg 78

PLC 0017, 137 r

Lieber Pauli!

NACHLASS
PROF. W. PAULI 1/607

Deinen ausführlichen Brief, für den ich dir sehr danke,
will ich gleich beantworten, da Ihre Einwände zum größeren
Teil hier schon öfters besprochen worden sind. Vielleicht auch
zum Teil B von Källen. Källen hat natürlich völlig recht
denn, dass schon der Hilbertraum I für den bekanntheits-
wert $\langle 0 | \psi(x) \psi^\dagger(x') | 0 \rangle$ Unendlichkeiten auf dem Lichtkegel
gibt, da je jede einzelne hier das tut und alle Beiträge
mit gleichem Vorzeichen addiert werden. Also, "sogar, wenn
man den Hilbertraum II vollständig unterdrückt", bekommt
man die Irregularität. Als das habe ich auch auf S. 12
II des Blandendos gesagt (vielleicht zu unklar). Aber ich will
den Raum II ja nicht unterdrücken, sondern durch einen
symbolischen K.Raum ersetzen, der die Irregularitäten auf
dem Lichtkegel sabotiert, was er als echter K.Raum sicher
nicht tun könnte. (Siehe auf S. 12.) Das bedeutet natürlich
eine radikale Abkehr von der bisherigen An. Theorie im
Raum II. Bei dieser Annahme heißt folgendes vorläufiger
Testbestand erfüllt: Wenn man die ~~K.~~ V.R. für endliche
Abstände ausrechnet: $\langle 0 | \psi(x) \psi^\dagger(x') + \psi^\dagger(x') \psi(x) | 0 \rangle$ für
 $\sum (x-x')^2 \neq 0$, so sollte dieser Erwartungswert ~~aus~~ mit dem
K.Raum I allein berechnet werden können; das ist auch

(u. wegen der kausalen Kausalität notwendig.)

hier noch der Fall. Nur wenn man S_1 ausschneidet (oder S_F),
so erhält man auch für endliche Abstände noch Beiträge
vom h. Raum II, die gewissermaßen „rückwärts“ angenommen
sind; sie sind ^{näher} gerade so gewählt (und mussten so gewählt
werden), dass der entsprechende Beitrag zu S auf dem Licht-
kegel beschränkt bleibt (d.h. für endliche Abstände verschwindet), nicht identisch also so etwas wie einen allge-
meinen ^{Beitrag zur} endlichen Ausdehnung aller Elementarteilchen (zu
den noch andere Beiträge vom Raum I dazukommen).
Soviel zum Einwand B von Källén.

Nun zu Dirac und Dyson's Einwand gegen die ^{in Blandin} Gl. (31).
Ich nehme hierfür zunächst die Formulierung in (27) also u. (28)
als zulässig an und sage später noch etwas zu Källén's
Einwand A. Wir suchen doch eine Formel für
 $\langle 0 | \psi(x) \psi^\dagger(x') + \psi^\dagger(x') \psi(x) | 0 \rangle$. Wir wollen annehmen, dass
dieser Ausdruck ^{unabhängig} für $\sum (x-x')^2 \neq 0$ endlich sei. (Wir
Renormierungsfilosophe werden hier nichtlich sagen,
dass der Ausdruck auch überall 0 oder überall ∞ sein
könne. keine Fragestellung lautet aber so: kann man
eine „normale“ Quantenfeldtheorie machen, in der dieser
Ausdruck in Abhängigkeit (d.h. außerhalb des Lichtkegels
endlich ist. keine Folgerungen gelten nur für den Fall,
dass es möglich ist.

Dann wird dieser Ausdruck, den ich wieder $\varepsilon S(x x')$ nenne,
in der Gegend $s \sim l^2$ von der Größenordnung l^{-3} sein,
er kann für kleine s endlich bleiben, denn müsste er
wohl auch in der Gegend $s = 0$ von der Ordnung l^{-3} sein,
oder er könnte bei n bei kleinen s ^{etwa} wie $(\frac{l^2}{s})^2 \cdot l^{-3}$ ver-
halten. Jedenfalls hat der Ausdruck nichts mit der Größe
 a_r zu tun. (Ich kann natürlich l immer endlich u. unabhängig
die Größe c_α wird sich ^{nach (26)} bei kleinen Werten
von a_r mehr und mehr der Größe

$$-a_r S_{\alpha r}(x x'), \text{ nähern,}$$

da die Abweichungen von der Ordnung a_r^2 sind. ~~Das heißt~~
man $(x-x')^2$ endlich, so wird c_α sicher immer kleiner
(~~das braucht zunächst noch nicht $-a_r S_{\alpha r}$ zu sein!~~)

(je kleiner a_r ist) durch $-a_r S_{\alpha r}(x x')$ dargestellt. Nur

in der unmittelbaren Nachbarschaft von $s = 0$ wird dies
zweifelhaft, da je $S_{\alpha r}(x x')$ dort immer größer werden

könnte. Daraus folgt aber weiter, dass in der Gl. (28)

das Glied $\frac{1}{2} c(c+c)$ für alle endlichen $(x-x')^2$
sehr klein gegen κc oder $\frac{\partial c}{\partial x_\mu}$ wird. Denn nehmen

wie etwa an, $S(x x')$ verhalte sich wie $(\frac{l^2}{s})^2 l^{-3}$, so
wird $l^2 c(c+c) \sim a_r^3 \cdot l^{6n-7-3n} s^{-3n}$, ^{$\frac{\partial^2 c}{\partial x_\mu \partial x_\nu} \sim a_r \cdot l^{2n-3-n-\frac{1}{2}}$}
aber $\frac{\partial c}{\partial x_\mu} \sim a_r \cdot l^{2n-3-n-\frac{1}{2}}$

das Verhältnis des ersten Gliedes zum zweiten wird

$$\sim a_r^2 l^{4n-4-2n+\frac{1}{2}} s^{-2n+\frac{1}{2}}, \text{ dies ist } \ll 1, \text{ sofern nur}$$

$$s \gg a_r^{\frac{2}{2n-\frac{1}{2}}} l^{\frac{4n-4}{2n-\frac{1}{2}}}$$

(Später wird $n = \frac{3}{2}$ benutzt werden!)

d.h. für größere s

In diesem ganzen Gebiet ^(nicht nur für $s > 0$!) gilt also praktisch die lineare Wellengleichung und nur in der ^{näheren} Umgebung von $s = 0$ wird das Glied $\epsilon^2(c/c_0)$ wirksam. Natürlich gibt es auch Lösungen von (28), die bis zu $s = 0$ hin immer so klein bleiben, dass das nichtlineare Glied praktisch nirgends wirksam wird. Aber diese Lösungen lassen sich hier (im Gegensatz zur linearen Theorie!) nicht nach negativen s ^(den sie für $s < 0$ verschwinden.) fortsetzen. Denn dann müsste, wie in der normalen S -Funktion, eine S und S' -Funktion an der Stelle $s = 0$ durcheinander verschaltet werden. Das geht aber hier nicht, da die dritte Potenz der S -Funktion in (28) alles ruinieren würde. Wohl aber gibt es

Lösungen von (28), die man folgende Eigenschaften haben:

Für größere s -Werte sind sie Lösungen der linearen Gleichung, und zwar, sagen wir ^(für $s > 0$): $\alpha \left(\frac{\partial}{\partial x} - \kappa \right) \left[\frac{J_1(\kappa s)}{\kappa s} + \beta \frac{N_1(\kappa s)}{\kappa s} \right]$.
(denn ist $\kappa \sim \frac{1}{c}$).

Der (eventuell kleine) Zuschuss an N_1 -Funktion bewirkt, dass alles bei hinreichend kleinem s schließlich die nichtlinearen Glieder in (28) ins Spiel kommen, und zwar geschieht dies für $s \lesssim (ac)^{4/5} \cdot \beta^{4/5}$. Also in diesem Gebiet, also für noch kleinere s bis hinunter zu $s = 0$ wird die Lösung so aussehen wie die auf S. 7, gl. (16) studierte Lösung (die oben aus diesem Grunde angegeben war). Sie wird also bei kleinem s immer

1/603

stärker oszillieren und dabei immer integrierbar bleiben.

Daher kann die Lösung mit der Lösung $c_x = 0$ für $s < 0$ verbunden werden. Es reicht also, den fetschlich des

Populationsgebiet mit kleiner werdendem a_r immer näher

an $s = 0$ heranzieht. Über den Bereich β kann man

von dieser Rechnung her nichts aussagen (man dies, ^(für endliche a_r) dass es

von Null verschieden sein muss, da sonst die Lösung bis

$s = 0$ klein u. regulär bleibt und nicht in die Null-Lösung

für $s < 0$ übergehen kann). Wenn man zu $a_r \rightarrow 0$ übergeht,

könnte also die Funktion c_x ^(für $s > 0$) zunächst in $-a_r \left(S_{xv}^{l.Th.} + \beta S_{(1)}^{l.Th.} \right)$

^(mit endlichem β)

übergehen. Es aber nur alle Beiträge vom Kitten-Raum I

die Form $S_{xv}^{l.Th.}$ haben und der Anteil $S_{(1)}$ bei ihnen verschwindet,

da ferner für endliche Abstände der Beitrag des Raumes II

zu S_{xv} verschwinden soll, ist man berechtigt, anzunehmen,

dass mit $a_r \rightarrow 0$ auch $\beta \rightarrow 0$ geht. F (siehe 9.8 dieses Briefs)

Diesen ganzen Roman hatte ich nicht in die Arbeit
gebracht, weil es unverständlich ist u. ich dachte, die Rechnung
sei auch so schon verständlich. Ich hoffe aber, dass es Bente
u. Dypous Frage vollständig beantwortet.

Nun schliesslich noch zu Kellens Hinweis A. Ich glaube,
dass es im Grunde schon durch meine Bemerkung zu B
beantwortet ist. Kellens hätte auch hier recht, wenn man

den Hilbert-R. II einfach verlassen wollte. Denn man oben annimmt, dass es die subtraktiven Glieder liefert, die $\langle 0 | \chi^{\dagger}(x) \chi(x) | 0 \rangle$ regularisieren, so ist sein Beweis nicht mehr stichhaltig. Ich glaube aber, dass meine Annahmen (zumindest an dieser Stelle) in sich widerspruchsfrei sind; denn wenn mit dem Raum II so gerechnet wird, wie ich es angenommen habe, kommt für die von Källen hergestellten Glieder nichts unendliches heraus.

Wasser damit habe ich, glaube ich, alle wesentlichen Punkte Deines Briefs beantwortet. In Gl. (15) hast du Recht, dort muss $-\frac{7}{2} \pm i\epsilon$ im Exponenten stehen, vielen Dank! Ich hatte das offenbar falsch abgeschrieben, denn die Koeffizienten von der ϵ -Funktion waren ja richtig gerechnet.

Nun noch ein paar allgemeine Bemerkungen: Ich hatte in meinen Schriften grundsätzlich die Frage gestellt: Wie muss die Quantenfeldtheorie aussehen, wenn gewisse einfache Füge der ^{ätherischen} Gen. the. oder der unrelativ. Theorie beibehalten werden sollen, weil sich (wenn die Renormierungstheorie nicht helfen kann) unmöglich ist? 1.) Endlichkeit von $\langle 0 | \psi(x) \psi^{\dagger}(x') | 0 \rangle$ mindestens für $(x-x')^2 \neq 0$. 2.) Die F.R. soll in der Nähe der Fingernägel eine ϵ -Fehl sein; d.h. Gl. (27). Ich glaube, dass unter diesen Voraussetzungen die Lösungen meiner ^{einigenmaßen} Forderungen einzigartig sind, wobei man dabei natürlich wichtige Füge der bisherigen Quanten Theorie aufgibt. ^{mit} Ich glaube aber nicht, dass man ^{mit} Argumenten von der Art der Källen'schen etwas anderes zeigen kann, pp denn bei mir deswegen besteht, weil ich die Renormierungstheorie unbedingte finden u. glaube, die eigentlichen Betrugsgleichungen sollten grundsätzlich einfacher sein.

als dass die übliche Quantentheorie der Felder zu
 (als meine Annahme)
 anderen Resultaten führt, aber gleichzeitig sie auch
 immer zu den Divergenzen. Grundsätzlich sehe ich nicht,
 warum es nicht erlaubt sein sollte, einen solchen
 symbolischen Hilbert-Raum $\mathcal{H}$ der Theorie zu adjungieren,
 sofern man für endliche Energie dabei Resultate bekommt,
 die die Befehung qualitativ darstellen. Die Möglichkeit für
 Ungläubige sehe ich eigentlich nur an folgenden Stellen:
 1.) Es könnte doch die Kausalität mehr in Unordnung sein,
 als es zunächst scheint. 2.) Die ~~Herzogen~~ Konvergenz der
 Eigenwerte für $N \rightarrow \infty$ ist bisher nicht wirklich bewiesen,
 könnte also ^{auch} nicht zutreffen. 3.) Es könnte aus anderen,
 bisher nicht beschriebenen Gründen bei kleinen Energien
 etwas heraustrimmen, was der üblichen Quantenmechanik
 widerspricht. Ich gehe ungern wirklich gerade diesen letzten
 Fragen nach, weil von der Antwort noch nichts.

Also, es wäre nett, wenn du mir noch Beratung
 mit Dyson u. Källen nochmal über Meinung schreiben
 könntest. Viele Grüße und Allen

Dein W. Heisenberg

Benda!

F. Hadamard in §. 5: Man kann natürlich nicht für jeden α Wert der α , einen eigenen β -Wert vollständig festsetzen. Aber da man für die V.R. bisher nur die Zerlegbarkeit (27), aber noch nicht für die V.R. zu gleichen Zeiten festgesetzt hat, ist man berechtigt, festzusetzen, dass mit α , auch β hinreichend stark gegen Null gehen soll, sodass dann die V.R. (31) realisieren. In anderen Worten: in einer nichteuklidischen Theorie ist die Längenerhaltung auf dem Lichthekegel von der Beschleunigung abhängig und die aus der linearen Theorie folgende δ -Längenerhaltung ist nicht möglich; man kann dann die V.R. in der regulären Weise (31) festsetzen, ohne (28) zu verlassen (was in der linearen Theorie unmöglich wäre), indem man dafür die negativen Zusätze aus dem symbolischen Ketten-R. II ableitet. Natürlich kann man mit diesen Überlegungen nicht die Renormierungsphilosophie ^{grundsätzlich} widerlegen: es wäre in der ^{wirklichen} Tat möglich, dass die V.R. überall ∞ geben, doch nicht nur auf dem Lichthekegel, dass man dann neue Vollenfunktionen einführen kann, für die nur eine Gleichung mit lauter unendlichen Koeffizienten gilt, die aber dann, wenn man sie mit ∞^2 multipliziert, endliche V.R. ergeben, u. s. v. Aber ich finde dann den symbolischen K.-Raum II einfacher.