Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 16.12.1957
Stichworte: Neuer antilinearer Operator unbrauchbar, Zuordnung von Gruppen und Erhaltungssätzen, Eichgruppe für Erhaltung der Baryonenzahl
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-1658r
Meyenn-Nummer: 2795

Göttingen 16. 12. 57. Beantwortet nach Genf 18. XII
Vorläufig
Ziemlich Farce!

Lieber Pauli!

Mit Deiner Deutung der Isogruppe bin ich völlig einverstanden. Sie ist ein wesentlicher Gewinn, weil ich mit meinem Operator O auch nicht mehr zufrieden bin. Bei Einbeziehung des b-Gliedes in die V. R. sind die Verhältnisse aber natürlich wesentlich komplizierter als ohne b-Glied. Aber ich glaube, die Beziehungen hier jetzt durch einen anderen Trick als den O-Operator besser verständlich machen zu können (ohne dass sich an den qualitativen Schlüssen meines letzten Briefs etwas ändern müsste):

Zunächst sei wieder

$$\{\psi, \psi^*\} = a + bV\gamma_4 , \qquad (1)$$

ausserdem $\psi_+ = \frac{1+\gamma_5}{2}\psi$; $\psi_- = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi$. (2)

(Du nennst das ψ^R u. ψ^L, aber das ist ja gleich).

Nun suche ich eine kanonische Transformation T_α mit der Eigenschaft

$$(4) \qquad T_\alpha^{-1}\psi T_\alpha = e^{i\alpha\gamma_5}\psi . \qquad (3)$$

Bei dieser Transformation geht die rechte Seite der V. R. über in $a + bVe^{2i\alpha\gamma_5}\gamma_4$; also muss erstens

V ein mit γ_5 vertauschbarer Operator im Raum der $\gamma_4\gamma_5$-Indizes sein; weiters ein Operator im Hilbertraum, der nicht mit T_α vertauschbar ist. Ich setze

$$V_+ = \frac{1+\gamma_5}{2} V \; ; \quad V_- = \frac{1-\gamma_5}{2} V \tag{4}$$

und es folgt:

$$T_\alpha^{-1} V_+ T_\alpha = V_+ e^{2i\alpha} \; ; \quad T_\alpha^{-1} V_- T_\alpha = V_- e^{-2i\alpha} . \tag{5}$$

Nun geht man zu den infinitesimalen Drehungen über. Zunächst allgemein:

$$T = e^{i\alpha Q} . \tag{6}$$

Dann folgt aus der infinitesimalen Operation:

$$[Q\,\psi_\pm] = \mp \psi_\pm \; ; \quad [Q\,V_\pm] = \mp 2 V_\pm \tag{7}$$

(Es gehören immer alle oberen oder alle unteren Vorzeichen zusammen). Die Eigenwerte des Operators Q liegen also (sie sind vielleicht einfach alle ganzen Zahlen) in ganzzahligen Abständen. $\psi_\pm$ ändert Q jeweils um ∓ 1; $V_\pm$ ändert es um ∓ 2. Es ist vielleicht formal nützlich, aus V nochmal die Wurzel zu ziehen und zu schreiben

$$V_+ = c_+ c_+ \; ; \quad V_- = c_- c_- . \tag{8}$$

$c_\pm$ ~~sollte~~ ändert auch Q um ∓ 1, sollte aber in jeder anderen Hinsicht der Einheitsoperator sein. Wenn man von den Besonderheiten der indefiniten Metrik absieht, die bewirken, dass solche Bildungen wie $\int \psi^* \psi \, dV$ problematisch werden, würde ich für Q etwa folgendes schreiben:

$$Q = \int \psi^* \gamma_5 \psi \, dV + n_c \qquad (9)$$

und für c die Matrizen

$$c_+ (= c_-^*) \quad \begin{array}{c|cccc} n_c = & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & & 1 & & \\ 2 & & & 1 & \\ 3 & & & & 1 \\ 4 & & & & \end{array} \qquad\qquad c_- (= c_+^*) \quad \begin{array}{c|cccc} n_c & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & & & & \\ 2 & 1 & & & \\ 3 & & 1 & & \\ 4 & & & 1 & \end{array}$$

Wenn man n_c von $-\infty$ bis $+\infty$ laufen lässt, kann man

$$c^* c = c c^* = 1 \qquad (10)$$

fordern. Die Deutung ist jetzt klar. Das $\int \psi^* \gamma_5 \psi \, dV$ entspricht dem $2 I_3$ ($= \cancel{4}\sum \tau_3$ von alle Teilchen) und man kann setzen:

$$\cancel{4}Q = 2 I_3 + n_c = 2q \qquad (11)$$

Für Q gilt jetzt ein strenger Erhaltungssatz, und natürlich wird $q = \frac{Q}{2}$ (später die gesamte Ladung bedeuten. $\frac{1}{2} n_c$ ist Deine frühere Zahl l! Die strenge Erhaltung von Q folgt jetzt einfach aus der vollen Invarianz von L und V.R. gegenüber T_α. Wie steht es aber mit der Erhaltung von I_3 und n_c einzeln?

Die Antwort lautet: für die starken Wechselwirkungen sind natürlich I_3 und n_c getrennt erhalten (wie z.B. aus Deinen Rechnungen folgt); für die elektromagnetischen ist n_c nur modulo 4, also I_3 nur modulo 2 erhalten, wie Prentki u. Espagnat (mit unrichtigen Gründen) so halb geglaubt hatten. Dies ergibt sich in folgender Weise: Wegen der gewöhnlichen Spingruppe ist die Theorie ja invariant gegen Massenumkehr (vgl. die Arbeiten von Ouchi u. anderen). D.h. in den durch irgendwelche ~~[illegible]~~ Graphen dargestellten Wechselwirkungen kann immer nur V^2, also entweder

$c_- c_- c_- c_-$ oder $c_+ c_+ c_+ c_+$ oder $c_+ c_+ c_- c_-$ etc.

vorkommen. Dabei ändert sich also n_c um 4 (oder garnicht). Man könnte also n_c auf die Zahlen 1, 2, 3, 4 beschränken und definieren

$$c_- \; (= c_+^*) \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & & 1 & & \\ 2 & & & 1 & \\ 3 & & & & 1 \\ 4 & 1 & & & \end{array} \qquad\qquad c_+ = \; (= c_-^*) \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & & & & 1 \\ 2 & 1 & & & \\ 3 & & 1 & & \\ 4 & & & 1 & \end{array}$$

Dann gilt wieder $c^*_{\substack{-\\+}} c_{\substack{-\\+}} = c_{\substack{-\\+}} c^*_{\substack{-\\+}} = 1$.

Physikalisch heisst das: ein aus vier Λ_0-Teilchen gebildeter Kern kann elektromagnetisch in 4 Neutronen übergehen. Das ist mit den Experimenten durchaus verträglich (merkwürdigerweise haben Prentki und Espagnat gerade das mir niemals glauben wollen!).

Ich glaube, dass damit die Zuordnung der Gruppen zu den Erhaltungssätzen völlig klargestellt ist. Die Eichgruppe $\psi \to e^{i\alpha}\psi$ u.s.w. gehört natürlich zur Erhaltung der Baryonenzahl.

Die Darstellung der Eigenfunktionen von Neutron u. Proton unter der Benützung von $\psi_\pm$ und $c_\pm$ habe ich mir noch nicht genauer überlegt, aber es wird wohl keine Schwierigkeiten geben. Der Operator O meines früheren Briefes ist natürlich hier

$$\mathcal{O} = i^{n_c}, \qquad (12)$$

aber vielleicht braucht man ihn garnicht mehr.

Ein mir noch nicht völlig klarer Punkt ist die Frage: Sind zwei Zustandsvektoren, die sich um den Faktor $c_\pm$ unterscheiden, physikalisch äquivalent? z.B. $\psi_+^*|\Omega\rangle$ und $\underline{c}\,\psi_+^*|\Omega\rangle$. c bedeutet für so etwas ähnliches wie einen von allen Teilchen zunächst losgelösten Isospin (da c nicht von x abhängt!). Ich vermute, man wird sie als äquivalent definieren müssen. —

Noch ein letzter Punkt: Nach den Formeln (1) bis (7) verhält sich ψ_+ immer genau so wie ψ_-^*, und ψ_- genau so wie ψ_+^*. Das legt den Gedanken nahe, dass man zu einer 2-Komponententheorie übergehen kann, indem man $\psi_+ = \psi_-^*$, $\psi_- = \psi_+^*$ setzt. Die zugehörige Lagrangefunktion wäre dann:

$$\left.\begin{aligned} L &= \psi^* \sigma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} \psi + l^2 (\psi^* \psi^*)(\psi \psi) \\ \{\psi^*, \psi\} &= a \,; \quad \{\psi, \psi\} = b V \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Aber ich weiss nicht, ob das gehen wird. Das ist auch jetzt nicht meine dringendste Sorge. Ich will zuerst die Leptonen richtig verstehen.

Am Donnerstag (19. 12.) werde ich in Genf zur Cern-Sitzung sein und vielleicht am späten Nachmittag bei den Physikern über diese Dinge erzählen. Leider <u>muss</u> ich Freitag früh direkt zurück nach Göttingen fahren. Solltest Du etwa am Donnerstag Nachmittag (u. Abend) auch in Genf sein können?

Viele Grüsse!

Dein W. Heisenberg